

Funktionsschar bzw. Kurvenschar

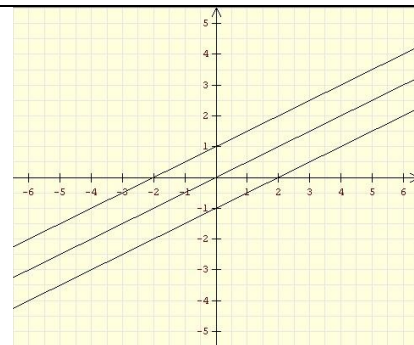
„**Arbeitsdefinition**“: Bei einer Kurvenschar handelt es sich um eine Funktion mit einer festen Variablen.

Beispiele: $f_t(x) = \frac{1}{2}x + t$ oder $f_t(x) = tx + 1$ mit $t \in \mathbb{R}$

Zeichnen von Kurvenscharen: Will man eine Kurvenschar zeichnen, müsste man zunächst für t alle möglichen Zahlen einsetzen und dann jeweils die Funktion zeichnen. Man erhält daher in der Regel unendlich viele Funktionen. Aus diesem Grund, wählt man sich nur einige Repräsentanten aus. Man setzt z.B. $t = 1, -1, 0, 2$, und -2 . und zeichnet dann diese ausgewählten Funktionen.

Beispiel: $f_t(x) = \frac{1}{2}x + t$ Wählen wir drei Funktionen aus:

Für $t = 1$: $f_1(x) = \frac{1}{2}x + 1$ Für $t = -1$: $f_{-1}(x) = \frac{1}{2}x - 1$ Für $t = 0$: $f_0(x) = \frac{1}{2}x$.



Rechnen mit Kurvenscharen:

1. Berechnen der Nullstelle von: $f_t(x) = \frac{1}{2}x + t$

Vorüberlegung: Betrachten wir die Zeichnung und schauen wie t und die jeweiligen Nullstellen sich verhalten. Ist $t = 0$, dann ist auch die Nullstelle bei $x = 0$. Ist $t = 1$, dann ist die NST bei $x = -2$ und für $t = -1$ ist die NST bei $x = 2$. Es scheint, dass die Nullstellen bei $x = -2 \cdot t$ liegen. Überprüfen wir das durch Rechnung:

$$0 = \frac{1}{2}x + t \quad | -t \quad 1. \text{ Setze für } y = 0$$

$$-t = \frac{1}{2}x \quad | \cdot 2 \quad 2. \text{ Nach } x \text{ auflösen}$$

$$-2t = x \rightarrow L = \{-2t \mid t \in \mathbb{R}\}$$

Die Rechnung bestätigt also unsere Vermutung.

2. Liegt P(1|-2) auf einem Graphen der Schar:

$$f_t(x) = \frac{1}{2}x + t \text{ mit } t \in \mathbb{R}?$$

Rechnung:

$$f_t(x) = \frac{1}{2}x + t$$

$$-2 = \frac{1}{2} \cdot 1 + t \quad 1. \text{ P in die Funktion einsetzen}$$

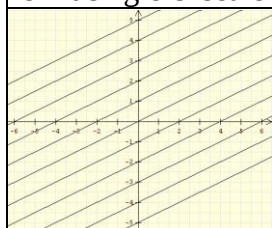
$$-2 = \frac{1}{2} + t \quad | -\frac{1}{2} \quad 2. \text{ Nach } t \text{ auflösen}$$

$$t = -2,5 \quad \text{Also: } f_{-2,5}(x) = \frac{1}{2}x - 2,5 \text{ geht durch P(1|-2).}$$

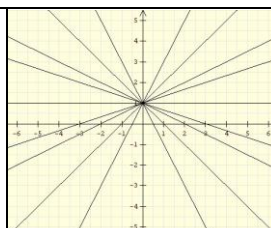
Würde allerdings gelten: $t \in \mathbb{R}^+$, also dürfte t nur positiv sein, würde keiner der Graphen durch P gehen. Dies muss man am Schluss immer überlegen.

3. Geht die Funktionsschar durch einen festen Punkt? oder Haben alle Graphen einer Funktion einen gemeinsamen Schnittpunkt?

Vorüberlegung: Man sieht an der Zeichnung, dass die Kurvenschar $f_t(x) = \frac{1}{2}x + t$ durch keinen festen Punkt geht, aber alle Graphen der Kurvenschar von $f_t(x) = tx + 1$ durch den Punkt P(0|1) gehen. Zeigen wir dies wieder durch Rechnung: Wir suchen also für zwei unterschiedliche t 's, also für t_1 und t_2 mit $t_1 \neq t_2$ den gemeinsamen Schnittpunkt. Daher müssen wir zwei allgemeine Funktionsvorschriften einer Kurvenschar einfach gleichsetzen und nach x auflösen.



$$f_t(x) = \frac{1}{2}x + t$$



$$f_t(x) = tx + 1$$

$$f_{t_1}(x) = \frac{1}{2}x + t_1 \quad \text{gleichsetzen mit } f_{t_2}(x) = \frac{1}{2}x + t_2$$

$$\frac{1}{2}x + t_1 = \frac{1}{2}x + t_2 \quad | -\frac{1}{2}x$$

$$t_1 = t_2$$

$L = \{ \}$ Es gilt aber laut Voraussetzung, dass $t_1 \neq t_2$, also erhalten wir eine unwahre Aussage, was bedeutet, dass die Funktion keinen gemeinsamen Schnittpunkt hat.

$$f_{t_1}(x) = t_1x + 1 \quad \text{gleichsetzen mit } f_{t_2}(x) = t_2x + 1$$

$$t_1x + 1 = t_2x + 1 \quad | -1$$

$$t_1x = t_2x \quad | -t_2x$$

$$t_1x - t_2x = 0$$

$$(t_1 - t_2)x = 0 \quad | : (t_1 - t_2)$$

$x = 0$ Diesen x -Wert in die Funktion eingesetzt ergibt $y = 1$. Also gehen alle Graphen durch einen gemeinsamen Punkt P(0|1). $\rightarrow L = \{0|1\}$

